

## **§5 Обобщенные позиционные задачи. Аксонометрические проекции. Развертка. Порядок выполнения эюра № 3**

### **5.1 Содержание эюра № 3**

Эпюр № 3 посвящен темам «Обобщенные позиционные задачи», «Аксонометрические проекции поверхностей», «Развертки поверхностей».

Для выполнения эюра № 3 необходимо изучить следующие темы:

1. Поверхности. Изображение на комплексном чертеже.
2. Взаимное пересечение поверхностей.
3. Аксонометрические проекции.
4. Развертки поверхностей.
5. Построение на развертке линии, заданной на поверхности.

### **5.2 Теоретические сведения**

#### **Обобщенные позиционные задачи**

В позиционных задачах в качестве исходных данных могут быть представлены **линии и поверхности**. В частном случае в качестве линии может выступать прямая, а в качестве поверхности — плоскость. Простейшие позиционные задачи с такими геометрическими объектами уже были рассмотрены:

- 1) построение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения («Первая основная позиционная задача», эпюр 1);
- 2) построение линии пересечения двух плоскостей общего положения («Вторая основная позиционная задача», эпюр 2).

В общем случае в качестве линии может быть прямая или кривая, а в качестве поверхности — криволинейная или многогранная поверхность. Тогда обобщенные позиционные задачи классифицируются на следующие основные задачи:

- 1) построение точек пересечения линии с поверхностью;
- 2) построение линии пересечения поверхностей.

В рамках выполнения графической работы № 3 рассматривается построение линии пересечения поверхностей. В качестве исходных поверхностей в задании представлены: коническая, цилиндрическая, призматическая, пирамидальная, торовая, сферическая поверхности.

---



Употребляйте терминологию правильно! Отличие геометрической ПОВЕРХНОСТИ от геометрического ТЕЛА заключается в том, что поверхность бесконечна в пространстве, а геометрическое тело представляет собой замкнутый объем пространства, ограниченный со всех сторон поверхностями.

**Пример геометрических поверхностей:** цилиндрическая, сферическая, коническая, торовая.

**Пример геометрических тел:** цилиндр, шар, конус, тор.

---

Для того, чтобы правильно построить линию пересечения заданных поверхностей, необходимо знать особенности нахождения точек на каждой из них. Для этого вспомним следующие признаки.

Признак 1. Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии этой поверхности.

Признак 2. Линия принадлежит поверхности, если все ее точки принадлежат этой поверхности.

Рассмотрим основные способы нахождения проекций точки на поверхности, если одна из ее проекций уже задана.

**Построение недостающей проекции точки на поверхности, составленной из плоскостей (пирамидальная, призматическая)**

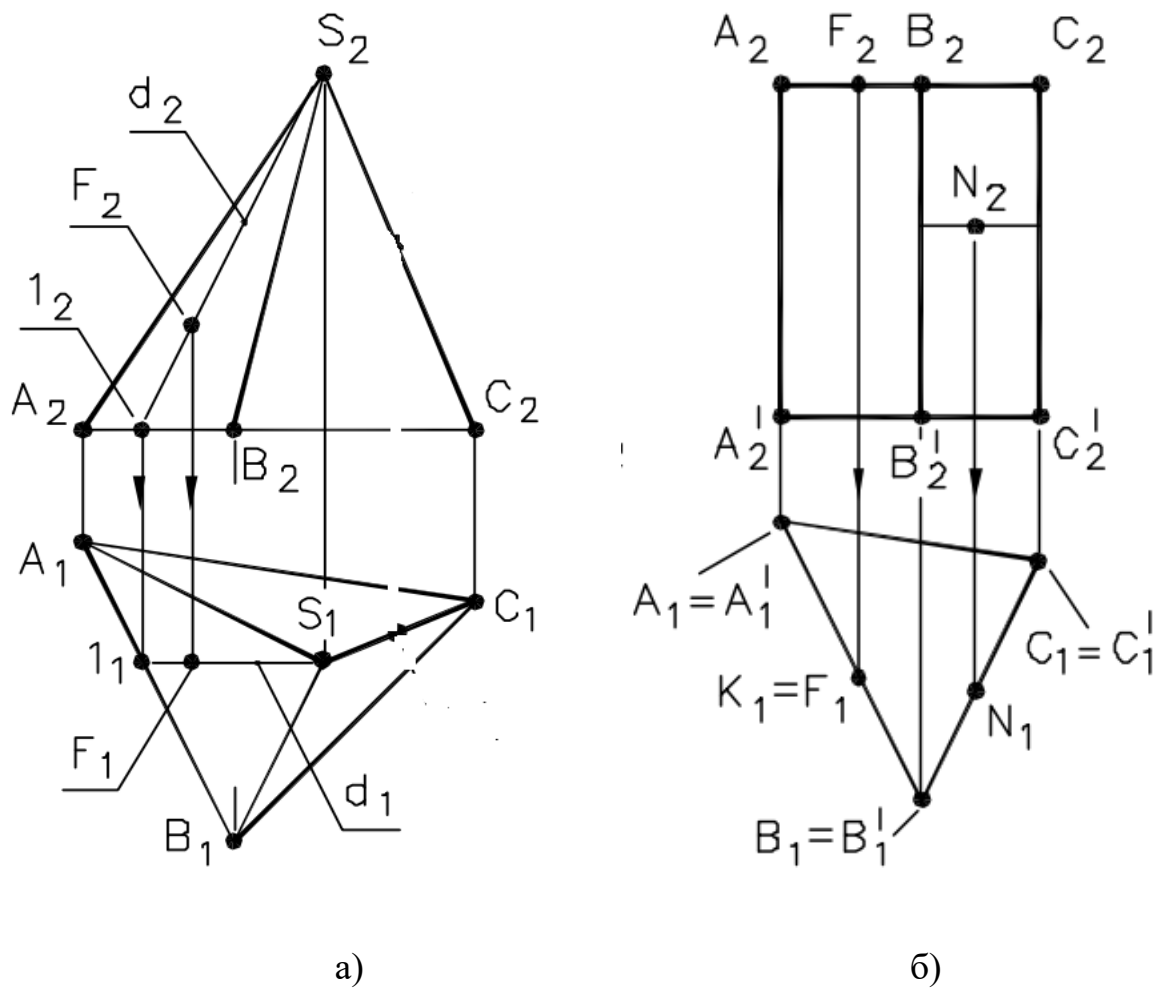


Рис.5.1. Построение недостающей проекции точки на многогранных поверхностях: а) на поверхности треугольной пирамиды; б) на поверхности треугольной призмы.

На рис. 5.1 а) показаны две проекции треугольной пирамиды  $SABC$ . Пусть точка  $F$  принадлежит грани  $SAB$ . Проекция  $F_2$  задана, проекцию  $F_1$  необходимо построить. Используя признак 1, рассмотренный выше, построим через точку  $F$  прямую  $d$ , лежащую в плоскости  $SAB$ . Тогда проекция  $d_2$  пройдет через проекцию  $F_2$  и проекцию вершины пирамиды  $S_2$ . Обозначим точку пересечения прямой  $d$  с ребром  $AB$  точкой  $I$ . Отмечаем проекцию точки  $I_2$  на фронтальной проекции. Строим вторую проекцию точки  $I$ , исходя из ее принадлежности ребру  $AB$ , и проводим через  $I_1$  и  $S_1$  проекцию прямой  $d$  —  $d_1$ . Поскольку известно, что точка  $F$  лежит на прямой  $d$ , то проекция  $F_1$  может быть найдена по линии связи, опущенной на  $d_1$ .

Для построения точки на поверхности призмы может быть использован тот же самый признак 1 (рис. 5.1 б, точки  $N$  и  $F$ ). Задание точки  $K$ , конкурирующей с точкой  $F$ , горизонтальной проекцией некорректно, поскольку в этом случае положение ее фронтальной проекции неоднозначно.

### Построение недостающей проекции точки на цилиндрической поверхности

Прежде, чем говорить о построении проекций точек на цилиндрической поверхности, следует вспомнить о том, как происходит образование цилиндрической поверхности и какие линии принимают в этом участие.

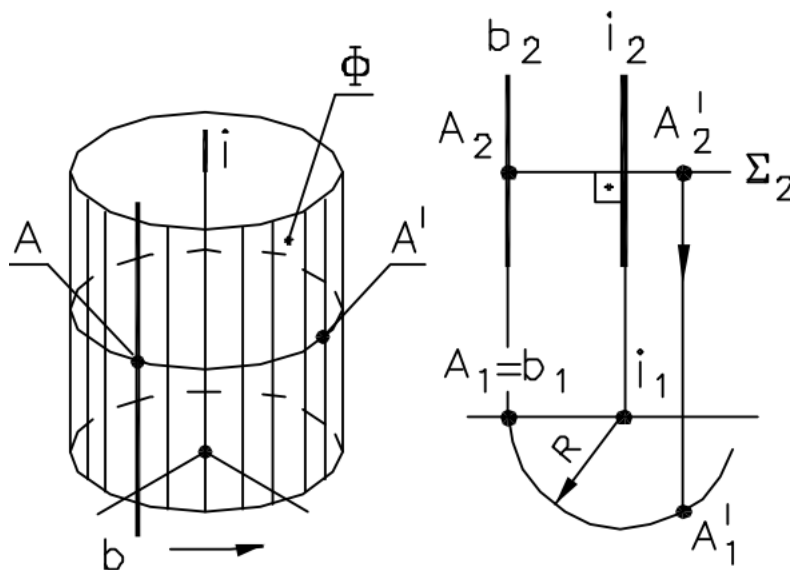


Рис. 5.2. Образование боковой поверхности прямого кругового конуса

На рис.5.2 показано, что боковая поверхность прямого кругового конуса образуется путем вращения прямой вокруг оси. Данная прямая называется **образующей** цилиндрической поверхности. На цилиндрической поверхности есть множество образующих («семейство» образующих), и все они параллельны друг другу. Следовательно, чтобы найти проекции некоторой точки  $A$ , принадлежащей цилиндрической поверхности, достаточно определить, какой образующей она принадлежит.

Пример построения недостающих проекций точек на поверхности прямого кругового цилиндра показан на рис. 5.3 (невидимые проекции точек заключены в скобки).

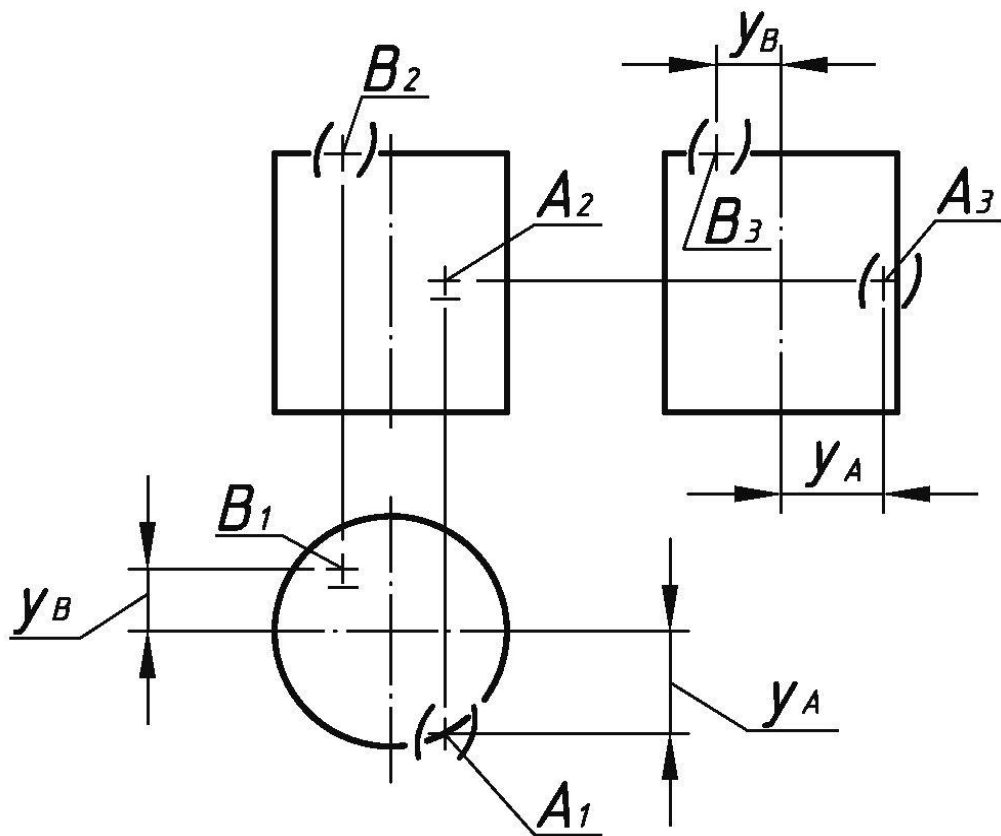


Рис. 5.3 Построение недостающих проекций точек на поверхности прямого кругового цилиндра

Образование цилиндрической поверхности может осуществляться не только методом вращения вокруг проецирующей оси, но и методом перемещения некоторой прямой (образующей) вдоль кривой линии (направляющей: эллипса, окружности или другой кривой линии). При этом каждое новое положение прямой при перемещении будет параллельно предыдущему. У такой поверхности существует два «семейства» линий, которые можно использовать для построения точек на поверхности: семейство образующих (прямых, параллельных друг другу) и семейство направляющих (кривых линий, лежащих в параллельных плоскостях). На рис. 5.4 показаны разновидности цилиндрических поверхностей и их нормальные сечения (т.е. сечения плоскостями, которые перпендикулярны образующим).

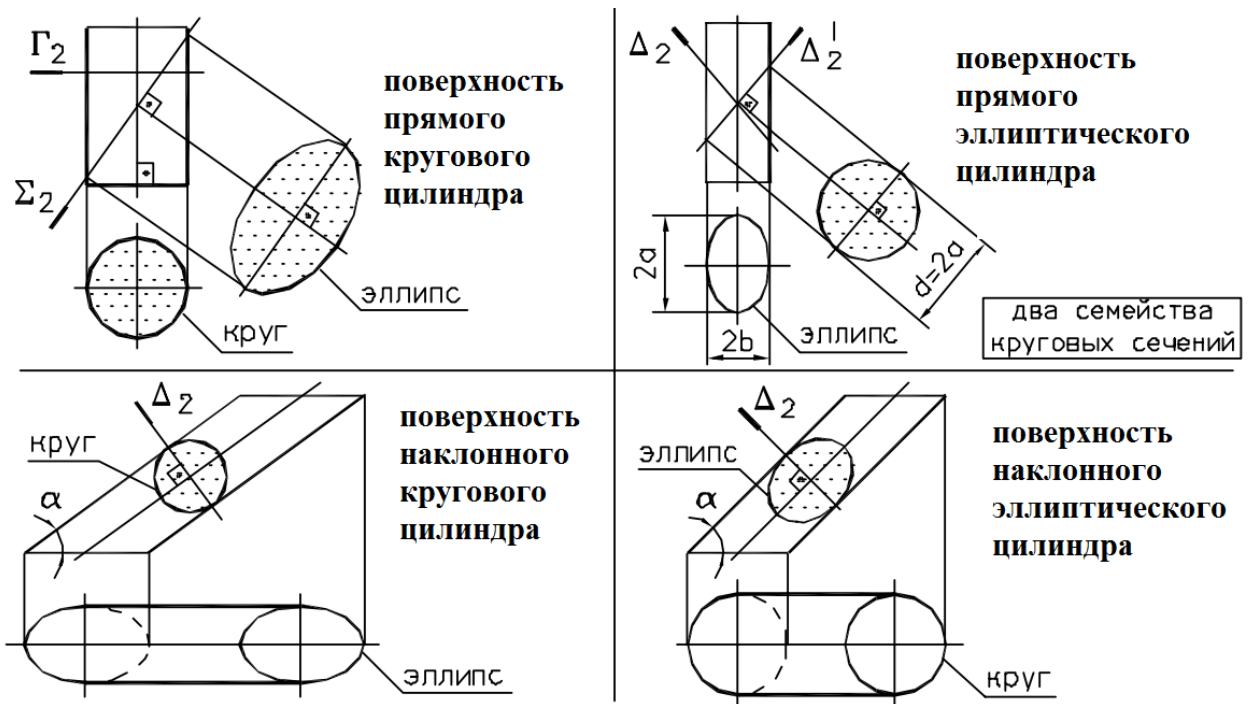


Рис. 5.4. Цилиндрические поверхности и их нормальные сечения

Построение недостающей проекции точки на поверхности наклонного эллиптического цилиндра через направляющие (окружности) показано на рис. 5.5.

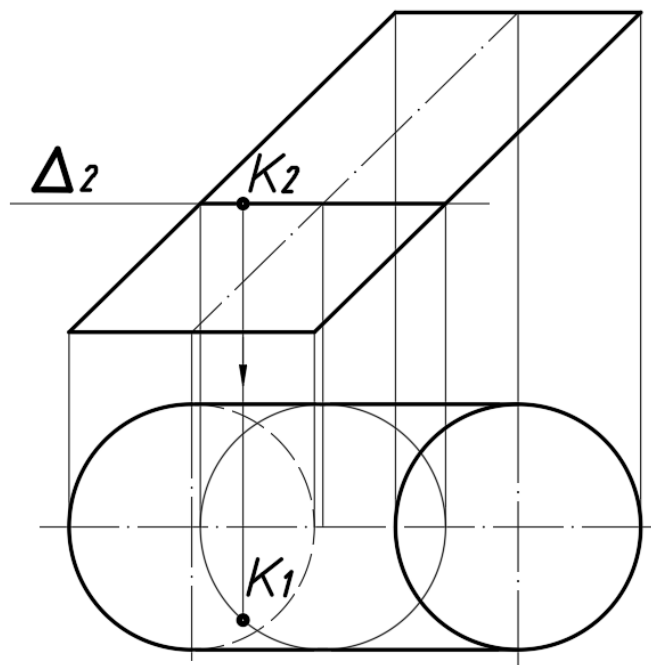


Рис. 5.5. Построение недостающей проекции точки на поверхности наклонного эллиптического цилиндра через направляющую (окружность)

## Построение недостающей проекции точки на конической поверхности

Рассмотрим процесс образования конической поверхности. Коническая поверхность может быть образована путем вращения прямой вокруг проецирующей оси, имеющей с ней общую точку (в этом случае образуется поверхность прямого кругового конуса, рис. 5.6), либо путем перемещения прямой вдоль некоторой направляющей таким образом, что в каждом новом положении прямая будет проходить через одну и ту же точку (вершину конической поверхности). Некоторые виды конических поверхностей приведены на рис. 5.6.

Часть замкнутой конической поверхности, ограниченная вершиной и плоскостью, пересекающей все образующие, называется конусом.

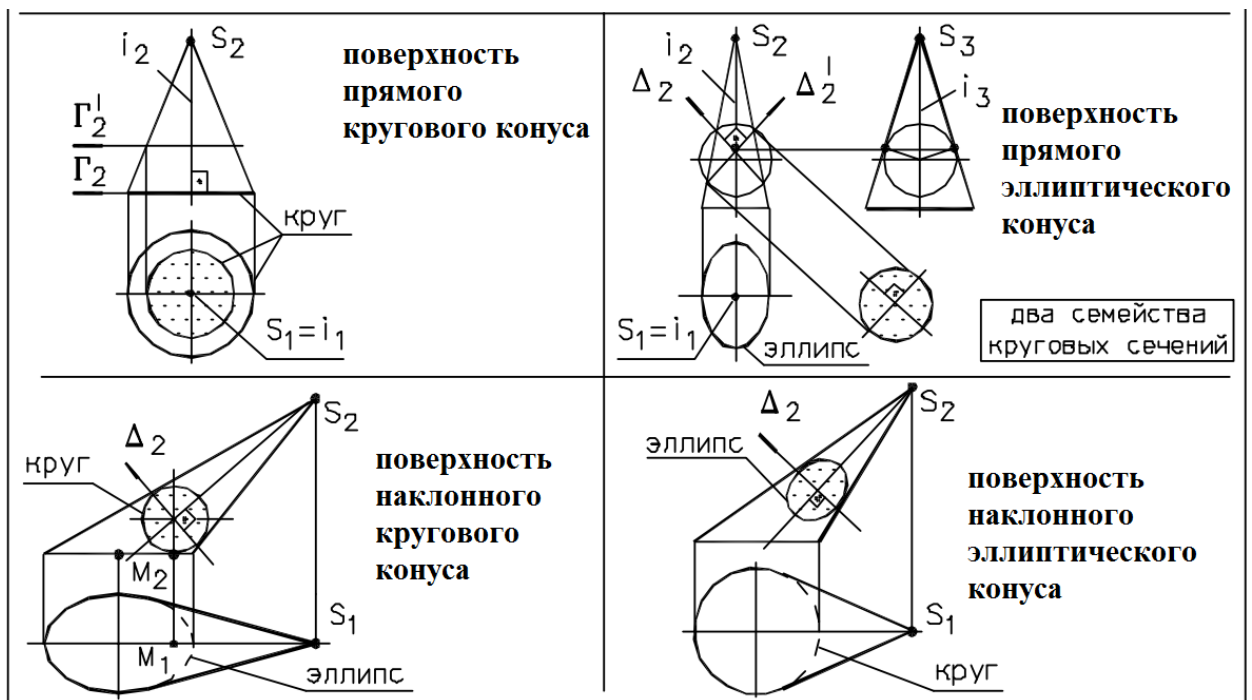


Рис. 5.6 Конические поверхности и их нормальные сечения

Рассмотрим построение недостающей проекции точки на поверхности наклонного эллиптического конуса (рис. 5.7).

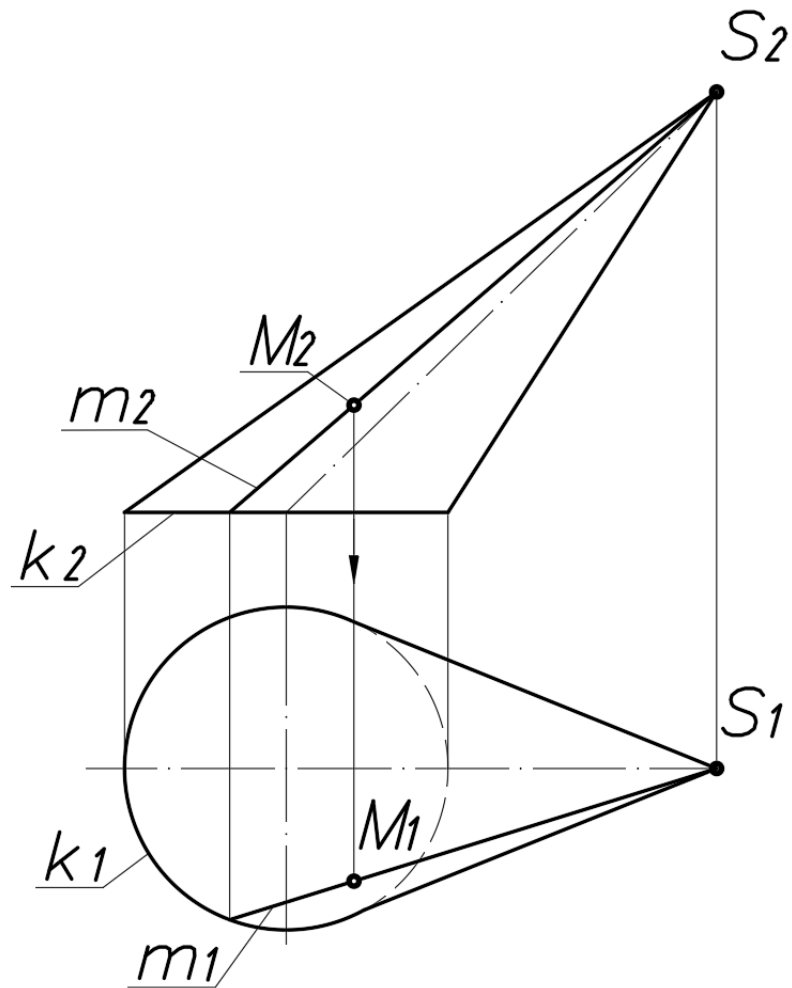


Рис. 5.7 Построение точки на поверхности эллиптического конуса  
через образующую

Пусть точка  $M$  принадлежит боковой поверхности наклонного эллиптического конуса с вершиной  $S$ . Проекция  $M_2$  задана, проекцию  $M_1$  необходимо построить на комплексном чертеже. Согласно признаку 1, рассмотренному выше, если точка  $M$  принадлежит поверхности наклонного эллиптического конуса, то она принадлежит какой-либо линии этой поверхности. Такой линией может быть образующая  $t$ . Построим две проекции образующей  $t$  ( $t_1; t_2$ ). Проекция образующей  $t_2$  на  $\Pi_2$  пройдет через проекцию точки  $M_2$ , а проекция образующей  $t_1$  может быть построена по двум точкам — вершине  $S$ , из которой исходит образующая, и точке пересечения образующей с основанием наклонного эллиптического конуса. При этом учитываем видимость образующей  $t$  (выбираем ближайшую к



наблюдателю точку пересечения). Отмечаем проекцию точки  $M_1$  на  $\Pi_1$  на проекции  $m_1$  образующей.

### Построение недостающей проекции точки на сферической поверхности

Сфера является поверхностью вращения. На поверхности сферы имеется два семейства линий, которые могут быть использованы для нахождения проекций точек на поверхности сферы: меридианы и параллели. На рис. 5.8 показано нахождение горизонтальной проекции точки  $F(F_1)$  с помощью параллели  $p(p_1;p_2)$  и нахождение фронтальной проекции точки  $C(C_2)$  с помощью окружности  $m(m_1;m_2)$ , лежащей на поверхности сферы. Особая категория точек — это точки, принадлежащие очерку сферы  $b(b_1;b_2)$  (главному меридиану, на рис. 5.8 это точка  $A(A_1;A_2)$ ), и точки, принадлежащие экватору сферы  $k(k_1;k_2)$  (экватор — параллель наибольшего радиуса), на рис. 5.8 это точка  $B(B_1;B_2)$ .

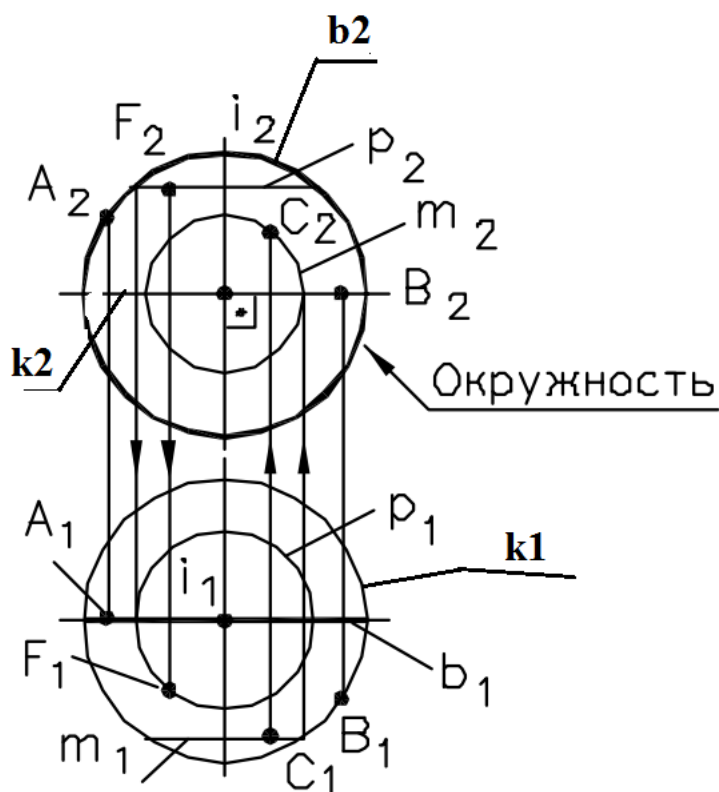


Рис. 5.8. Линии на поверхности сферы:  $m(m_1;m_2)$  — окружность,  $p(p_1;p_2)$  — параллель,  $k(k_1;k_2)$  — экватор,  $b(b_1;b_2)$  — главный меридиан или очерк). Нахождение точек на поверхности сферы.

## Построение недостающей проекции точки на торовой поверхности

Торовая поверхность (рис. 5.9) образуется при вращении окружности  $b(b_1; b_2)$  вокруг оси  $i(i_1; i_2)$ . Центр окружности  $O(O_1; O_2)$  при образовании торовой поверхности не лежит на оси вращения  $i$ . В зависимости от его расположения относительно оси вращения выделяют несколько видов торовых поверхностей (см. рис. 5.9).

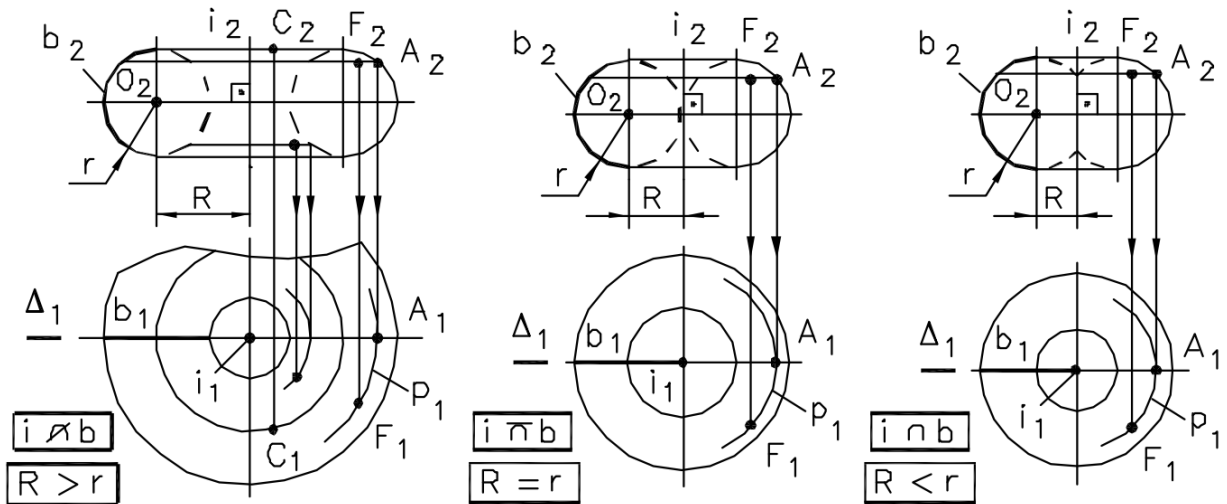


Рис. 5.9. Виды торовой поверхности:

- а) открытый тор; б) закрытый (самосопряженный) тор; в) самопересекающийся тор.

Построение проекции точки, принадлежащей торовой поверхности, выполняется при помощи параллели, проходящей через нее. Рассмотрим рис. 5.9 а. Задана фронтальная проекция точки  $F(F_2)$ . Необходимо построить горизонтальную проекцию  $F_1$ . Проведем через точку  $F$  параллель  $p$ . На фронтальной проекции все параллели будут располагаться горизонтально, поскольку они параллельны плоскости  $\Pi_1$ . Параллель  $p$  проецируется на  $\Pi_1$  в виде окружности. По линии связи проецируем точку  $F$  на проекцию параллели  $p_1$  с учетом видимости точки (так как точка задана как видимая, выбираем пересечение, расположенное ближе всего к наблюдателю).

## Построение линии пересечения поверхностей

Линии пересечения поверхностей строятся с помощью вспомогательных поверхностей. В качестве таких поверхностей можно использовать плоскости, а также сферические, цилиндрические, конические поверхности.

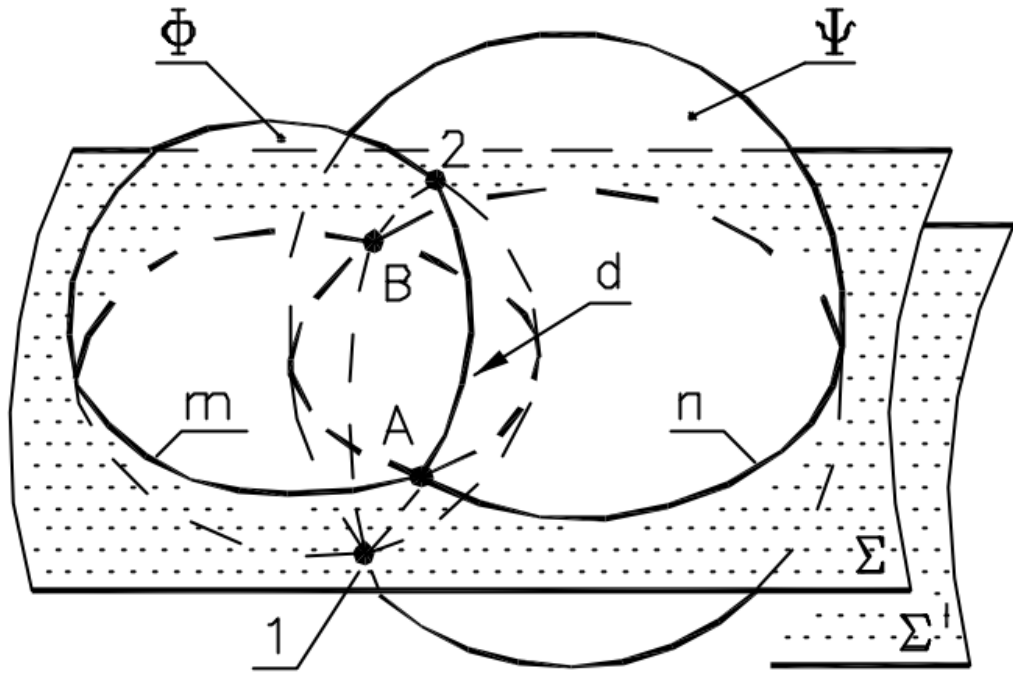


Рис. 5.10 Построение линии пересечения поверхностей

**Алгоритм построения линии пересечения поверхностей** (рис. 5.10)

заключается в следующем:

- 1) выбирается вспомогательная поверхность (на рис. 5.10 -  $\Sigma$ );

**Критерий выбора вида вспомогательной поверхности:**

вспомогательная поверхность должна пересекаться с исходной поверхностью по графически простым линиям: прямым или окружностям.

- 2) определяются линии пересечения каждой из исходных поверхностей (на рис. 5.10 -  $\Phi$  и  $\Psi$ ) с вспомогательной поверхностью (на рис. 5.10 – это линии  $m$  и  $n$ );
- 3) определяются общие точки для построенных линий пересечения (на рис. 5.10 – это точки  $A$  и  $B$ ); они и будут являться точками,

принадлежащими линии пересечения исходных поверхностей (линия  $d$  на рис. 5.10);

- 4) для определения достаточного числа точек шаги 1-3 повторяются многократно.

***Классификация точек, принадлежащих линии пересечения  
поверхностей***

1. **Опорные точки** — это экстремальные точки, очерковые точки и точки границ видимости (рис. 5.11).

Экстремальные точки — точки с максимальной или минимальной координатой ( $x$ ,  $y$ , или  $z$ ).

Очерковые точки — точки пересечения главных меридианов (очерков) поверхностей.

Точки границ видимости — точки, очерковые точки, которые делят соответствующую им проекцию линии пересечения на видимую и невидимую части.

Построение линии пересечения всегда начинают с определения опорных точек. Опорные точки рекомендуется обозначать заглавными буквами латинского алфавита.

2. **Промежуточные точки** — точки, расположенные на участках линии пересечения между опорными (построение промежуточных точек осуществляется по приведенному выше алгоритму). Промежуточные точки рекомендуется обозначать арабскими цифрами.

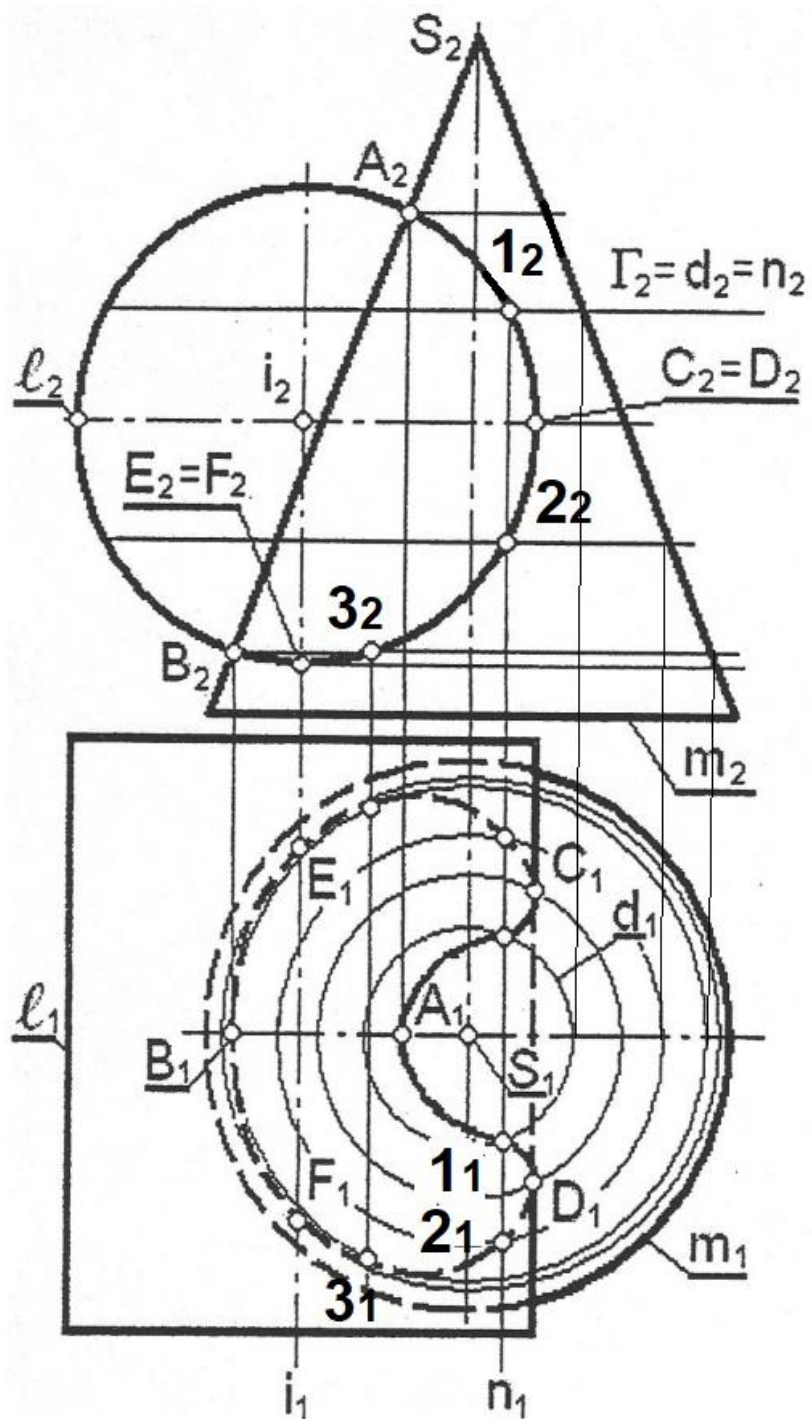


Рис. 5.11 Точки, принадлежащие линии пересечения поверхностей:  
 А, В, Е, F — экстремальные точки, С, D — точки границ видимости,  
 1, 2, 3 — промежуточные точки.

***Построение линии пересечения поверхностей в эюре 3***

В эюре 3 в качестве вспомогательной поверхности для построения линии пересечения используется плоскость.

Положение вспомогательной плоскости выбирается так, чтобы линия ее пересечения с исходными поверхностями представляла собой прямую или окружность.

**Пример.** Рассмотрим последовательность построения линии пересечения поверхностей, изображенных на рис. 5.12.

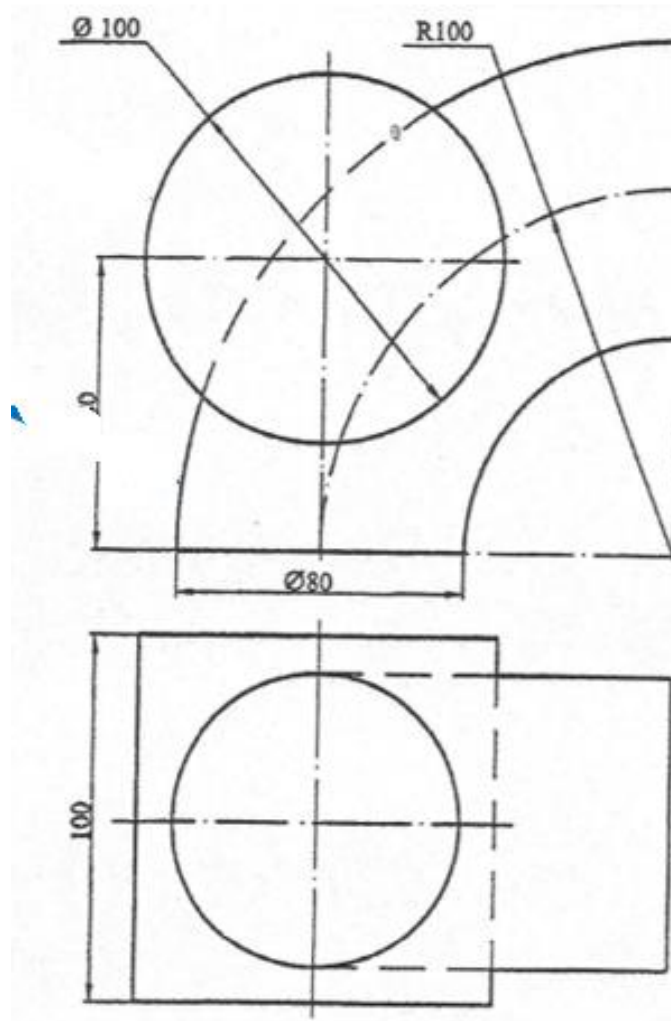


Рис. 5.12

Проведем **анализ условия задачи**. Для этого ответим на следующие вопросы:

- 1) какие поверхности изображены в задании (название, порядок поверхности);
- 2) как они проецируются на комплексном чертеже;

- 3) для поверхностей вращения: где образующая, главный меридиан, экватор, параллели (найти на обеих проекциях), горло (при наличии);
- 4) каковы размеры поверхностей, как они располагаются относительно друг друга.

На рис. 5.12 изображены фрагменты двух поверхностей: цилиндрической (диаметром 100 мм и длиной 100 мм) и торовой (радиус осевой окружности – 100 мм, диаметр окружности нормального сечения - 80 мм). Ось цилиндрической поверхности находится на высоте 80 мм и на расстоянии 100 мм относительно оси вращения торовой поверхности. Трехмерная модель поверхностей изображена на рис. 5.13.

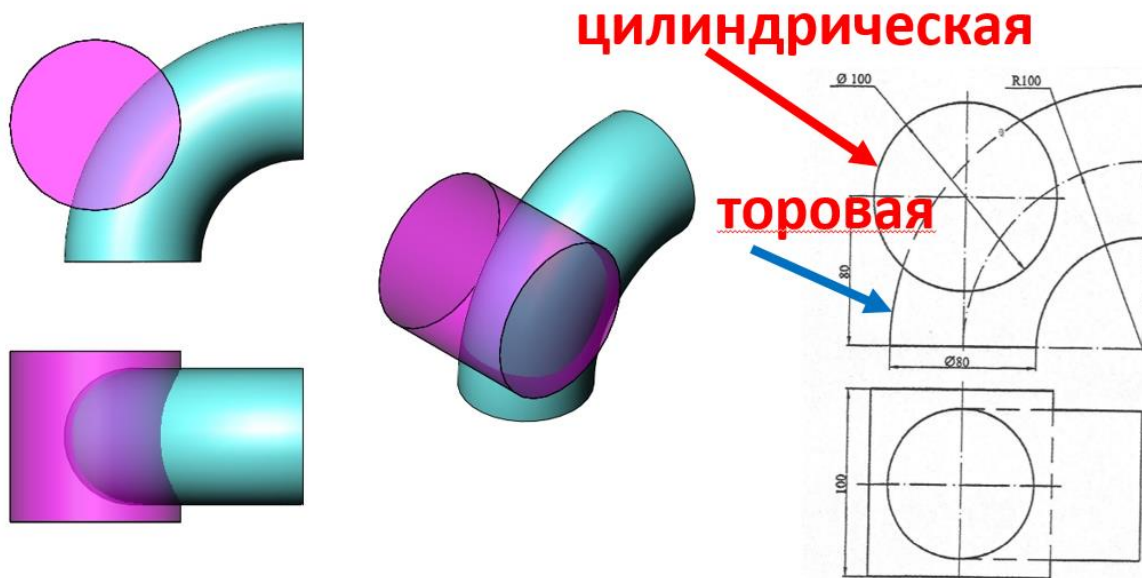


Рис. 5.13

Цилиндрическая поверхность является фронтально проецирующей. Образующие цилиндрической поверхности проецируются в натуральную величину на плоскость  $\Pi_1$ .

Торовая поверхность расположена таким образом, что экватор (параллель наибольшего радиуса) и горло (параллель наименьшего радиуса) проецируются в виде окружностей на фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$ .

После анализа условия задачи необходимо перерисовать поверхности на формат и приступить к построению линии пересечения.

1. **Определяем характер линии пересечения:** порядок линии пересечения, возможное расположение, видимость.
- 



Порядок линии пересечения определяется как произведение порядков пересекающихся поверхностей. Порядок пространственной кривой — это количество точек ее пересечения с плоскостью.

Порядок поверхности, в свою очередь, можно определить как максимально возможное количество точек пересечения этой поверхности с прямой линией.

---

Порядок цилиндрической поверхности равен двум. Порядок  $\frac{1}{4}$  торовой поверхности равен двум. Следовательно, линия их пересечения будет иметь порядок  $2 \times 2 = 4$ .

Поскольку цилиндрическая поверхность занимает положение фронтально проецирующей, то проекция линии пересечения поверхностей на  $\Pi_2$  уже определена — это линия  $A_2E_2C_2M_2B_2$  на рис. 5.14.

2. **Определяем опорные точки:** экстремальные точки и точки границ видимости. Экстремальными точками являются очерковые точки — точки пересечения главных меридианов поверхностей (точки А и В), а также точки Е и F, С и D. Точки границ видимости — это точки М и N (рис. 5.14). Находим недостающие проекции точек (для Е, F, С, D, М, N — см. построение точек на поверхности тора, рис. 5.9)



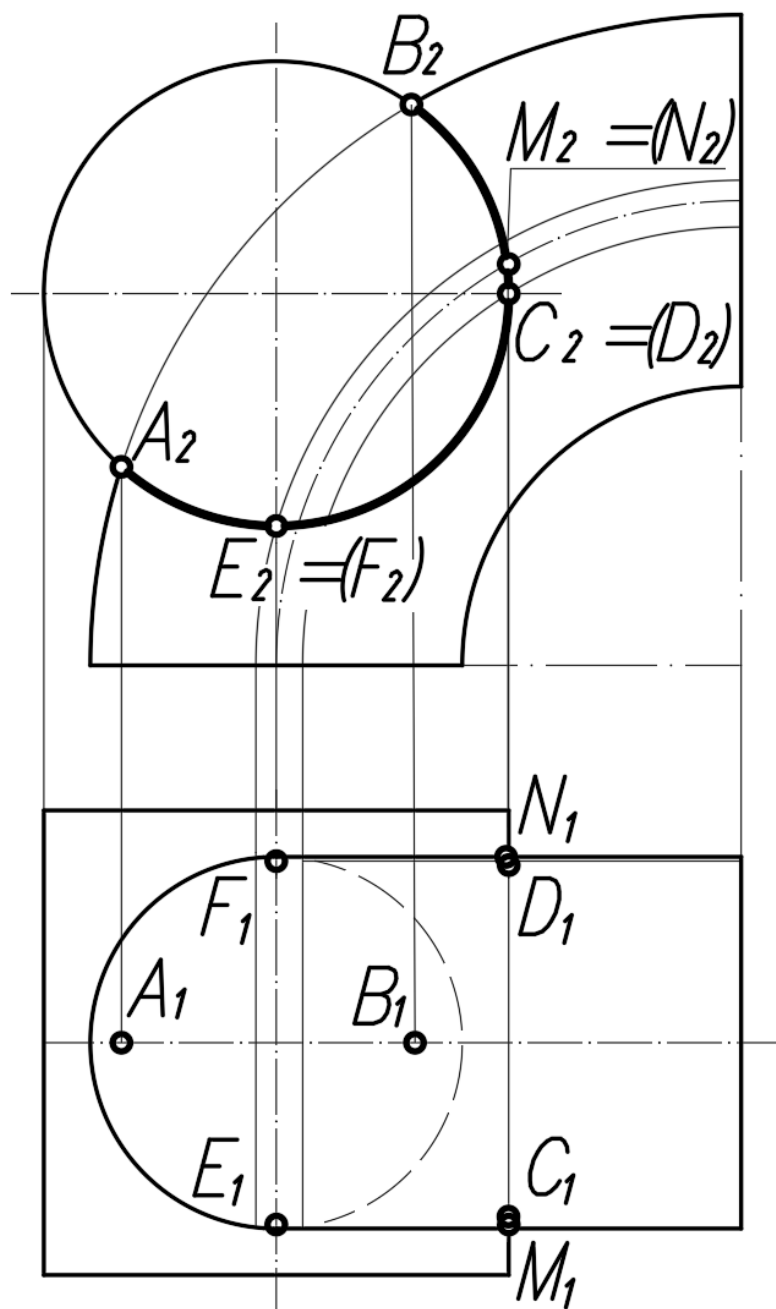


Рис. 5.14. Определение опорных точек

3. **Строим промежуточные точки.** Вводим вспомогательные поверхности в виде фронтальных плоскостей уровня  $\Delta$  и  $\Delta'$  (рис. 5.15). Такие плоскости будут пересекаться с цилиндрической поверхностью по окружности, совпадающей на  $\Pi_2$  с проекцией цилиндра, с торовой поверхностью – по дугам окружности (параллелям  $t$  и  $t'$ ). Пересечение двух окружностей определяет положение точек, общих для обеих поверхностей (точки 1-4), т.е. точек, принадлежащих искомой линии пересечения (рис. 5.16).

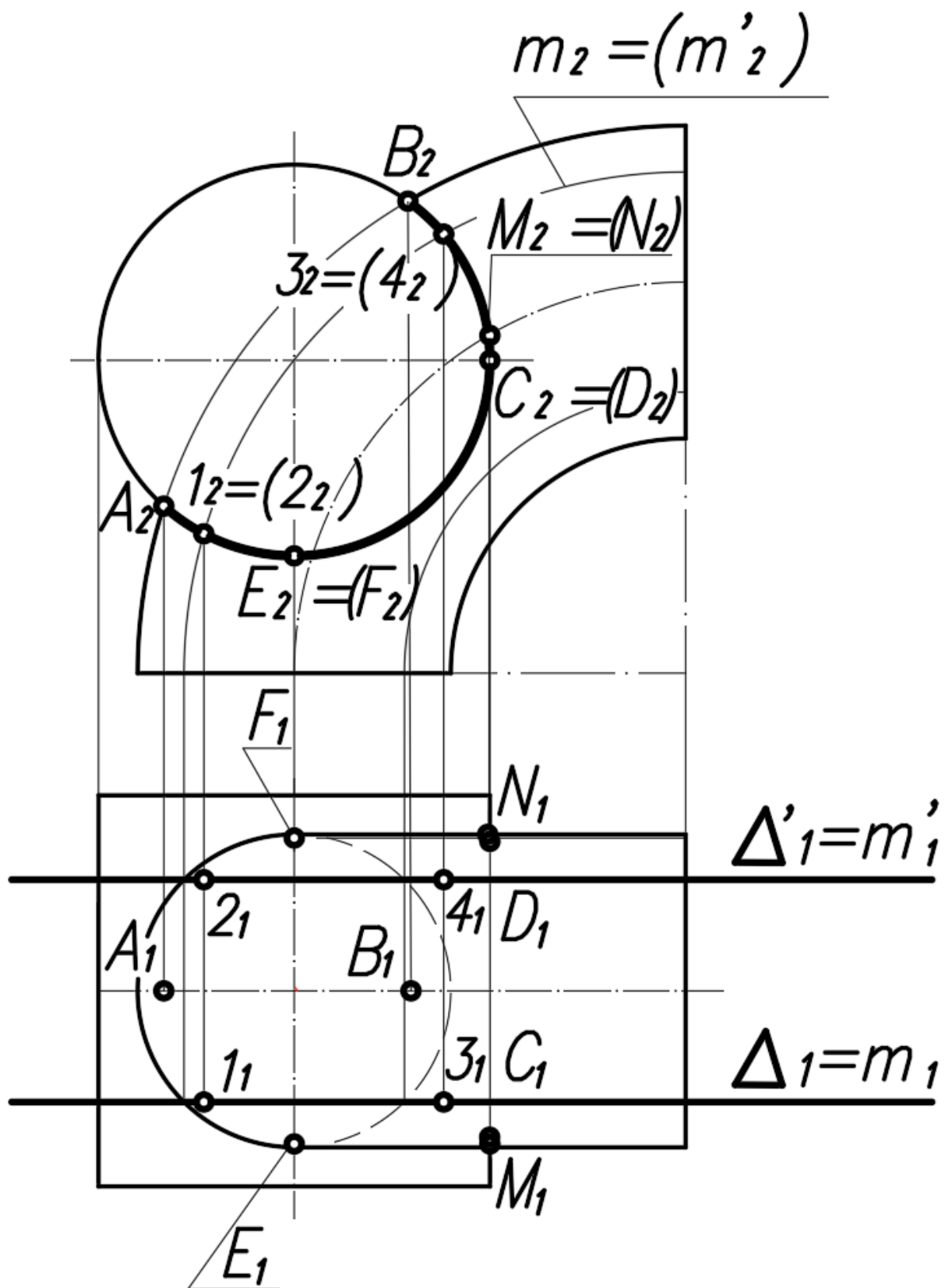


Рис. 5.15. Введение вспомогательных плоскостей уровня и построение промежуточных точек линии пересечения

4. **Определяем видимость** поверхностей, точек и линии пересечения (рис. 5.16). Обозначения невидимых проекций точек указываются в скобках. Линии невидимого контура показывают штриховой линией, видимого – основной сплошной.

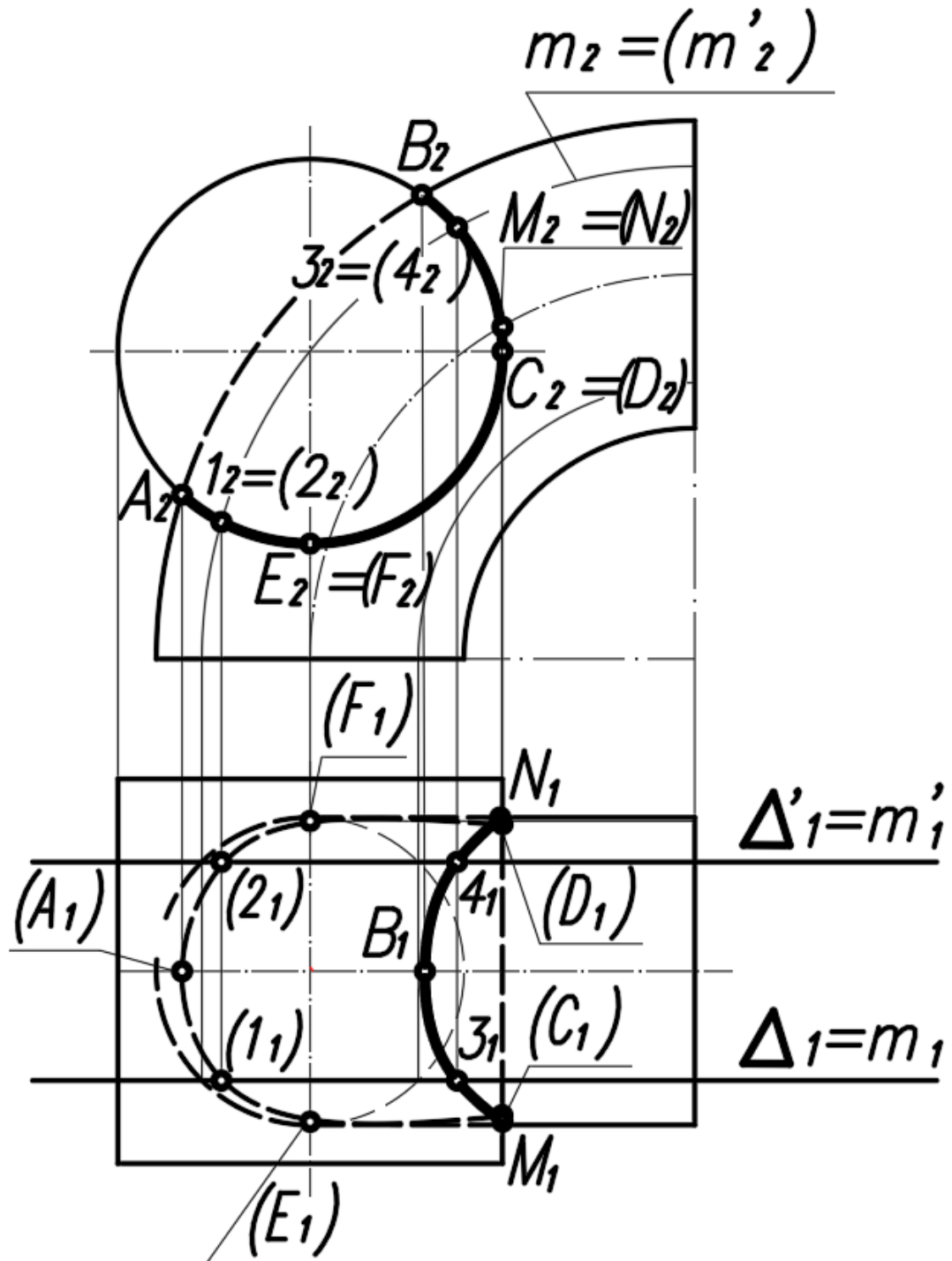


Рис. 5.16 Построение линии пересечения поверхностей с учетом видимости

## Построение аксонометрической проекции

Аксонометрическое проецирование применяют для построения наглядных изображений предметов. Получение *аксонометрической проекции* (рис. 1) осуществляется путем параллельного проецирования объекта пространства – точки, линии, поверхности, предмета – вместе с системой трех взаимно перпендикулярных осей координат, к которым он отнесен в пространстве, на некоторую плоскость  $\Pi'$ , называемую *плоскостью аксонометрических проекций* (картинной плоскостью).

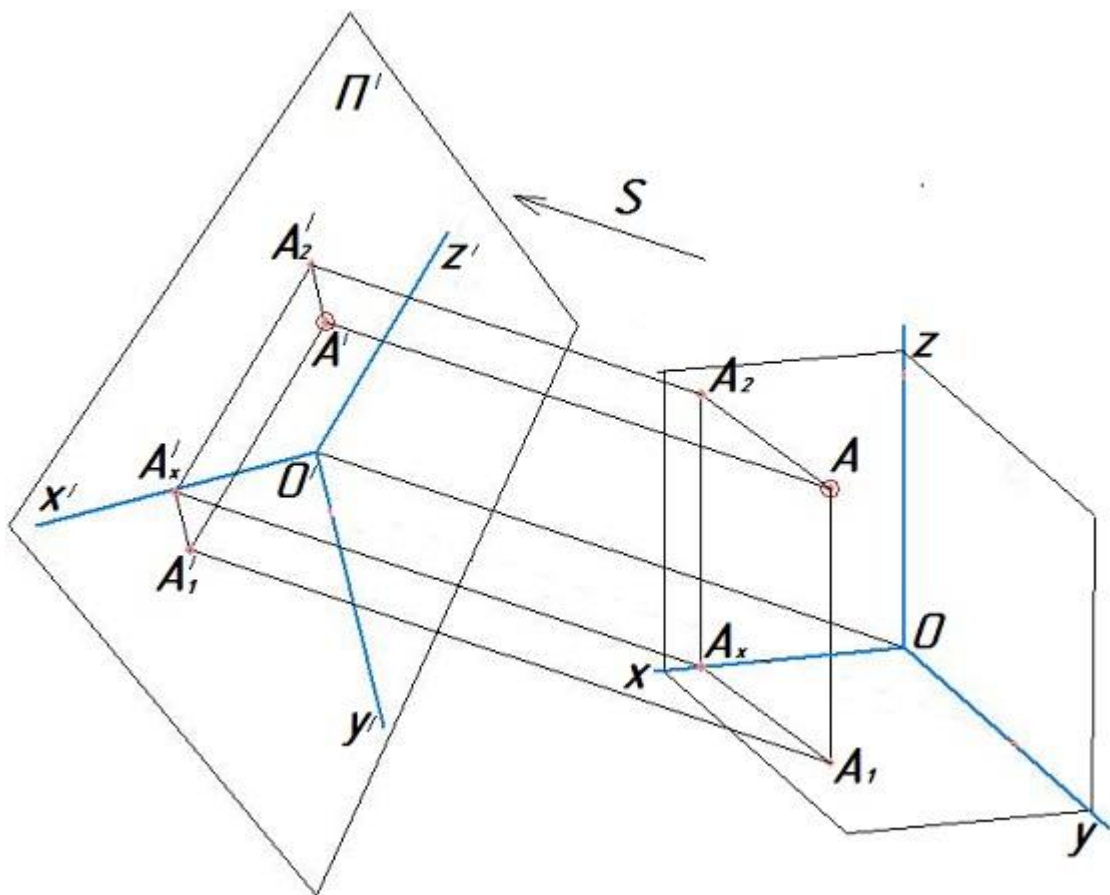


Рис.1. Суть аксонометрического проецирования

На рис. 1 точка  $A$  с ее проекциями и системой координат  $x, y, z$  спроецирована на картинную плоскость  $\Pi'$  по направлению  $S$ . Проекция осей координат  $x', y', z'$  на картинной плоскости  $\Pi'$  носят название *аксонометрических осей*, точка  $O'$  – *начало аксонометрических*

**координат.** Проекцию натуральной координатной ломаной  $AA_1A_2$  на плоскости  $\Pi'(A'A_1'A_2')$  называют аксонометрической координатной ломаной.

Если направление проецирования  $S$  перпендикулярно плоскости  $\Pi'$ , то получаемую аксонометрию называют **прямоугольной** (ортогональной), если оно составляет острый угол с плоскостью  $\Pi'$  – **косоугольной**.

Установим взаимоотношения между натуральной системой координат и ее аксонометрической проекцией. На рис. 2 показана натуральная система координат  $x, y, z$  и ее прямоугольная проекция на плоскость  $\Pi'$ .

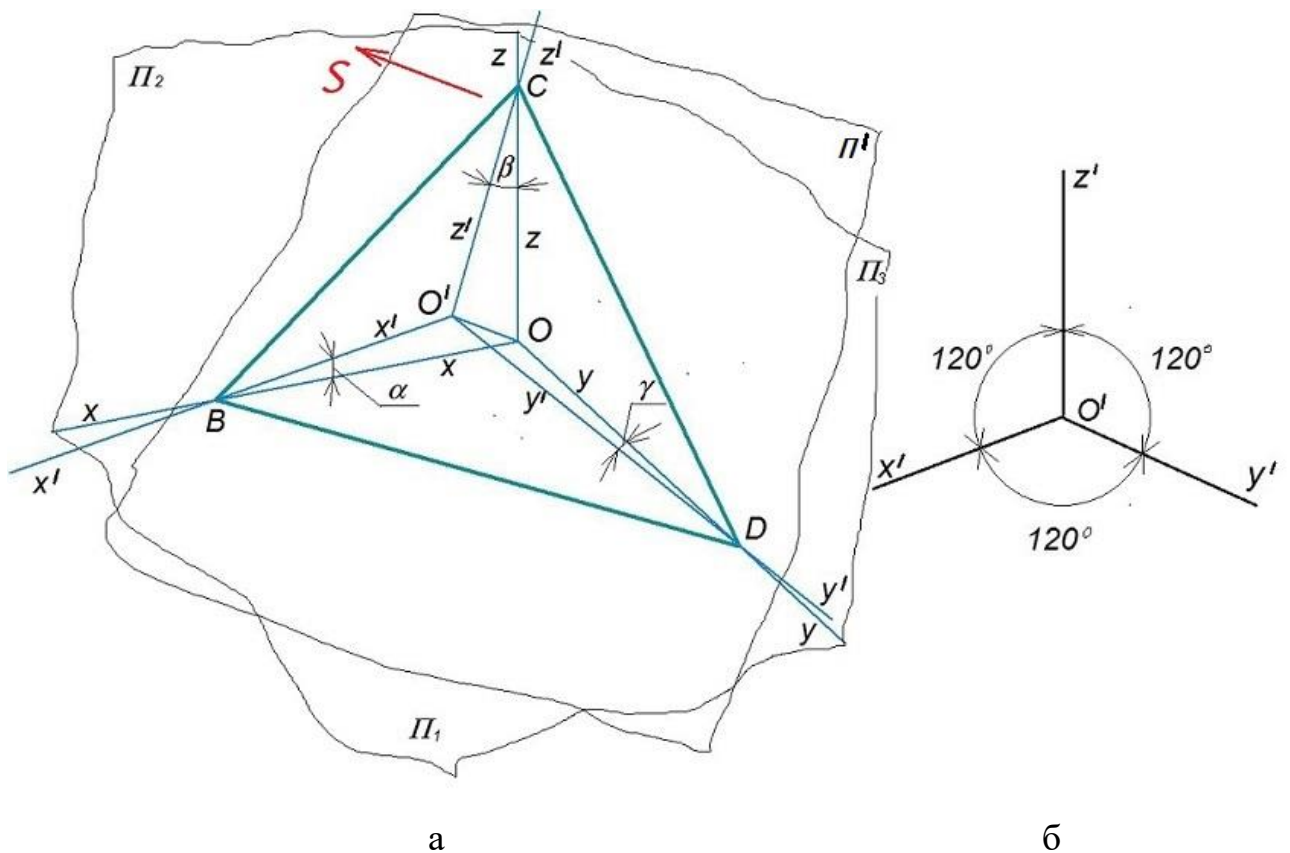


Рис. 2. Переход от натуральной системы координат к аксонометрии: а – взаимоотношения между системами координат  $Oxyz$  и  $O'x'y'z'$ ; б – изображение плоскости аксонометрических проекций  $\Pi'$

В случае прямоугольной аксонометрии отрезок  $OO'$  перпендикулярен плоскости  $\Pi'$ , а отрезки  $O'B, O'D, O'C$  представляют собой аксонометрические проекции отрезков  $OB, OD, OC$ .

Если обозначить углы между осями координат и их проекциями на картинную плоскость  $\Pi'$  как  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  и учесть, что отрезки  $O'B$ ,  $O'D$ ,  $O'C$  являются катетами прямоугольных треугольников, гипотенузы которых представлены отрезками  $OB$ ,  $OD$ ,  $OC$ , то будут верны соотношения:

$$\frac{O'B}{OB} = \cos \alpha \quad \frac{O'D}{OD} = \cos \gamma \quad \frac{O'C}{OC} = \cos \beta$$

Эти отношения, устанавливающие зависимость между аксонометрической длиной отрезка и ее натуральной величиной, называются **показателями (коэффициентами) искажения** по аксонометрическим осям:

$$u = \cos \alpha \quad v = \cos \gamma \quad w = \cos \beta$$

Для отрезка  $OO'$  сумма квадратов направляющих косинусов равна единице:

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = 1$$

т.е.

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \gamma + \sin^2 \beta = 1$$

или

$$1 - \cos^2 \alpha + 1 - \cos^2 \gamma + 1 - \cos^2 \beta = 1.$$

Откуда

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \gamma + \cos^2 \beta = 2$$

или

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2.$$

Таким образом, в прямоугольной аксонометрической проекции сумма квадратов показателей искажения равна двум.

Если плоскость  $\Pi'$  имеет одинаковые углы наклона к осям натуральной системы координат, т.е.  $\alpha = \gamma = \beta$ , следовательно:  $u = v = w$ . Тогда  $3u^2 = 2$ , откуда

$$u = v = w \approx 0,82.$$

Такой вид прямоугольной аксонометрии называется **изометрией**. Заметим, что плоскость  $\Pi'$  в пересечении с осями натуральной системы координат образует так называемый треугольник следов  $B'CD'$  (рис. 2,а).

Очевидно, что в изометрии этот треугольник будет равносторонним. Углы между аксонометрическими осями  $O'x'$ ,  $O'y'$ ,  $O'z'$  при этом будут одинаковыми и равными  $120^\circ$  (рис. 2,б).

Для упрощения построений изометрической проекции коэффициент искажения принимают равным единице, что приводит к увеличению изображения по сравнению с действительным в 1,22 раза. Иными словами, масштаб такого изображения будет  $M = 1,22:1$ . Такую аксонометрию называют *приведенной*. Приведенная аксонометрия значительно удобнее в работе. Например, для построения аксонометрической проекции точки  $A$  с координатами  $(x, y, z)$  в приведенной изометрии по аксонометрическим осям нужно отложить ее натуральные координаты (рис. 3).

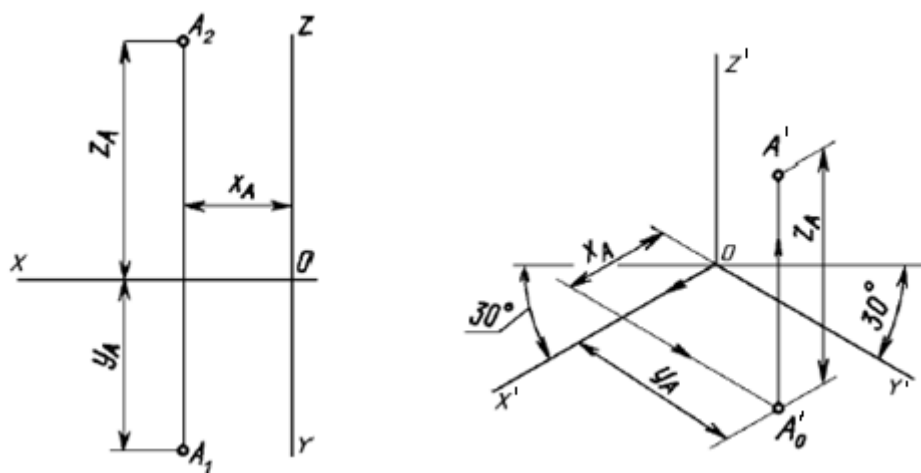


Рис. 3. Принцип построения приведенной изометрической проекции точки  $A$

Прямоугольная *диметрия* получается, если двум осям координат (обычно  $Ox$  и  $Oz$ ) придать равный наклон к плоскости  $\Pi'$ , а третью ось расположить так, чтобы показатель искажения по ней был вдвое меньше показателей искажения по двум другим осям, т.е.  $u = w = 0,5v$ . В этом случае:

$$u = w \approx 0,94; v \approx 0,47$$

Показатель искажения в *приведенной* диметрии по оси с углом наклона  $41^\circ 25'$  равен 0,5, по двум другим осям равен единице. При этом изображение оказывается увеличенным в 1,06 раза ( $M = 1,06:1$ ). Для построения

диметрической проекции точки  $A$  с координатами  $(x, y, z)$  по аксонометрическим осям  $x'$  и  $z'$  нужно отложить ее натуральные координаты  $x$  и  $z$ , соответственно, а по оси  $y'$  – уменьшенное вдвое значение координаты  $y$  (рис. 4).

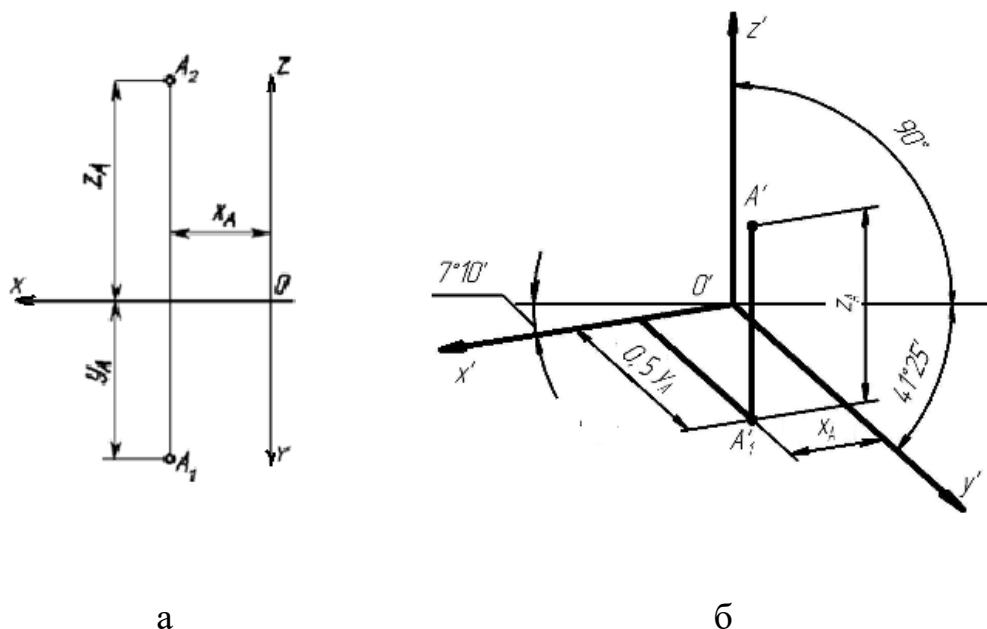


Рис. 4. Построение приведенной диметрической проекции точки  $A$

Для построения аксонометрической проекции выбранной поверхности в рамках графического решения задачи, предлагаемой студентам в данной курсовой работе, необходимо соблюдать следующую последовательность действий:

**1. Выбор вида аксонометрии в зависимости от формы изображаемого объекта.**

ГОСТ 2.317-2011 «Аксонометрические проекции» устанавливает два вида прямоугольных (изометрия и диметрия) и три вида косоугольных аксонометрических проекций (фронтальная и горизонтальная изометрии, фронтальная диметрия) в зависимости от направления проецирования. Для графического решения задачи, предлагаемой студентам в данной курсовой работе, удобно строить приведенную **прямоугольную изометрическую проекцию** выбранной поверхности, поскольку показатели искажения для нее



по всем трем осям одинаковы ( $u = v = w$ ), либо приведенную **прямоугольную диметрическую проекцию** ( $u = w = 0,5v$ ) в соответствии с указаниями преподавателя.

## **2. Отнесение выбранной поверхности к некоторой системе координат.**

Поскольку аксонометрическое изображение представляет собой проекцию предмета, связанного с пространственной системой трех взаимно перпендикулярных координатных осей, на картинную плоскость, начинать его построение следует с выбора расположения и построения системы осей координат  $Oxuz$  на комплексном чертеже. Возможные варианты расположения координатных осей системы  $Oxuz$  приведены на рис. 5. Выбором расположения осей мы можем не только влиять на наглядность изображения в целом, но и делать более выразительными отдельные элементы изделия.

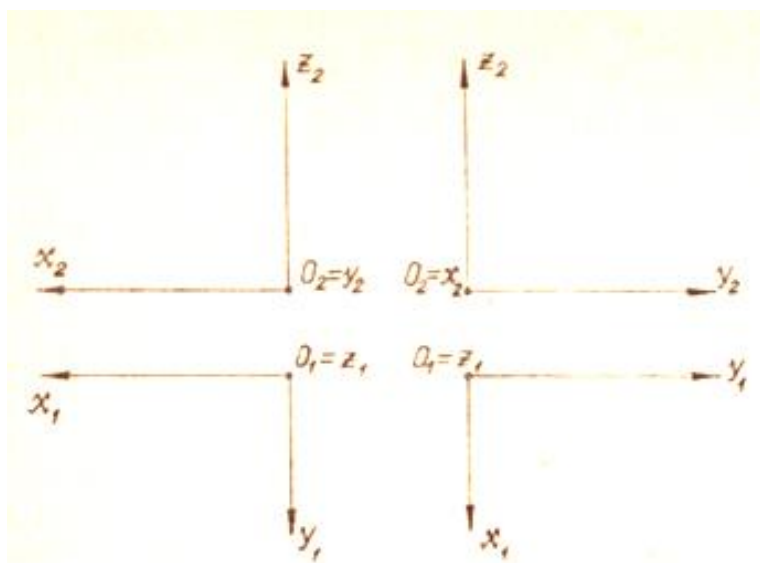


Рис. 5. Варианты расположения системы осей координат на комплексном чертеже

## **3. Изображение аксонометрических осей в соответствии с выбранным видом аксонометрии.**

На свободном поле чертежа необходимо вычертить аксонометрические оси. В прямоугольной изометрии аксонометрические оси располагаются под углом  $120^\circ$  относительно друг друга, ось  $z$  направлена вертикально (рис. 6).

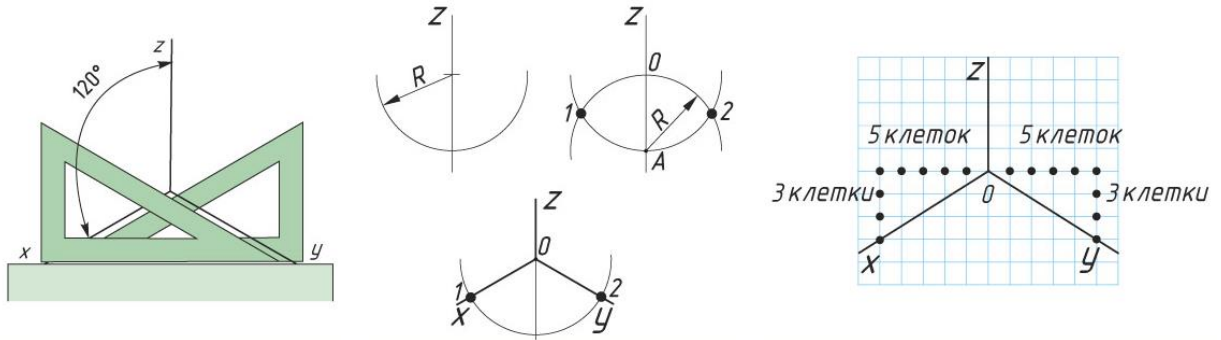


Рис. 6. Способы построения аксонометрических осей для изометрии

В прямоугольной диметрии ось  $z$  остается вертикальной, наклон оси  $x$  к горизонтали составляет  $7^\circ 10'$ , к оси  $y$  –  $41^\circ 25'$  (рис. 4, б). Упрощенный способ построения осей диметрии показан на рис. 7.

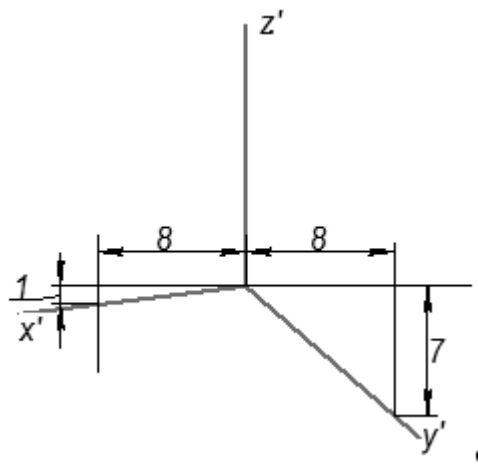


Рис. 7. Построение аксонометрических осей для диметрии

#### 4. Построение аксонометрической проекции выбранной поверхности.

##### 4.1. Построение изометрических проекций поверхностей

**Многогранники.** Для построения изометрии многогранника, достаточно построить изометрические проекции всех его вершин и ребер. Проекции вершин строят по координатам, проекции ребер получают проведением прямых линий, соединяющих соответствующие проекции вершин.

Построение изометрии шестигранной призмы (рис. 8) начинают с построения изометрической проекции нижнего основания  $ABCDEF$ , расположенного в плоскости  $xOy$ . Из каждой вершины строят боковое ребро соответствующей высоты, после чего полученные вершины соединяют ребрами верхнего основания.

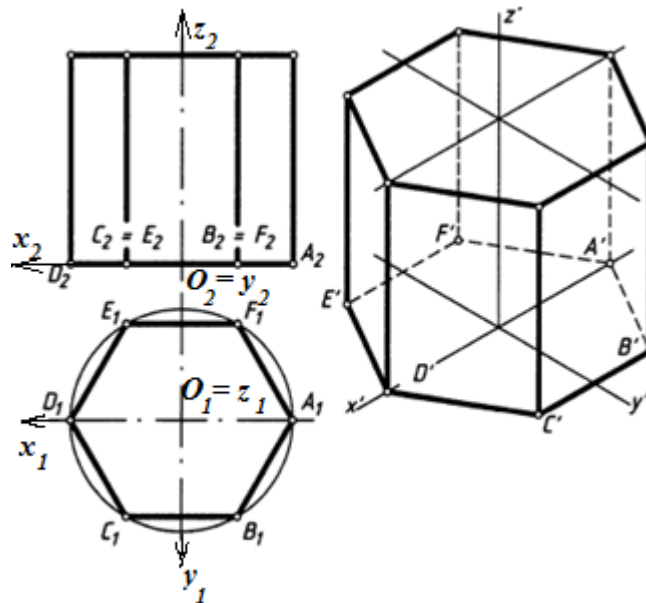


Рис. 8. Построение изометрической проекции призмы

Построение многогранника в изометрии можно сделать проще и наглядней, выбрав соответствующим образом положение осей координат. Например, систему координат  $Oxyz$  можно выбрать так, чтобы ось  $z$  совпадала с высотой пирамиды (рис. 9), а ось  $x$  проходила через одну из вершин.

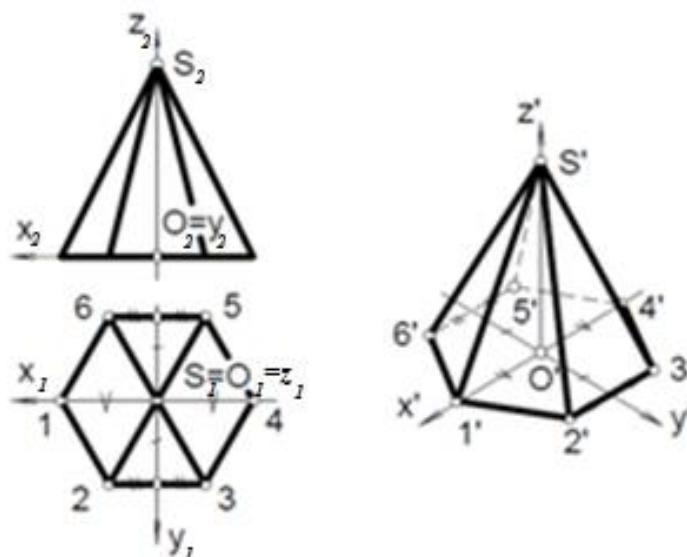


Рис. 9. Построение изометрической проекции пирамиды

Строим аксонометрическую систему координат  $O'x'y'z'$ , продлевая оси  $x$  и  $y$  в отрицательном направлении от точки  $O$ . Для построения аксонометрии точек  $1$  и  $4$ , лежащих на оси  $x$ , измеряем их широты (координаты  $x$ ) и откладываем их вдоль оси  $x'$ . Точки  $2$  и  $3$  лежат на одной прямой, параллельной оси  $x$ , и имеют одинаковую глубину (координату  $y$ ). Построим изометрию этой прямой, отложив вдоль оси  $y$  их глубину, и отложим на этой прямой соответствующие широты точек  $2$  и  $3$ . Аналогично построим изометрические проекции точек  $5$  и  $6$  (в области отрицательных значений  $y'$ ). Соединив полученные точки, получим изометрическую проекцию основания пирамиды. Отложив на оси  $z$  от точки  $O$  высоту пирамиды, получим изометрию вершины  $S$ . Соединяя вершину пирамиды с точками основания, получаем изометрию пирамиды.

**Поверхности вращения.** При построении изометрии цилиндра и конуса вращения нижнее основание поверхностей удобно расположить в плоскости  $xOy$ , а координатную ось  $z$  системы  $Oxyz$  удобнее всего совмещать с осью вращения поверхностей. В этом случае окружности, соответствующие основаниям цилиндра и конуса, проецируются на аксонометрическую плоскость проекций в эллипсы. Проекция таких окружностей строят по

большой и малой оси эллипса, положение и величина которых указаны в ГОСТ 2.317-2011 (рис. 10). В прямоугольной изометрии направление малой оси эллипса совпадает с той координатной осью, направление которой перпендикулярно плоскости окружности на комплексном чертеже, а большая ось – ей перпендикулярна. Малая ось равна  $0,71d$ , большая –  $1,22d$ . Кроме осей в эллипсах имеются сопряженные диаметры. Они параллельны осям той плоскости, в которой лежит эллипс. Сопряженные диаметры равны диаметрам проецируемых окружностей. Так, если окружность расположена в  $xOy$ , то малая ось (2) параллельна оси  $z$ , большая ось (1) – ей перпендикулярна, а сопряженные диаметры (3, 4) параллельны осям  $x$  и  $y$ .

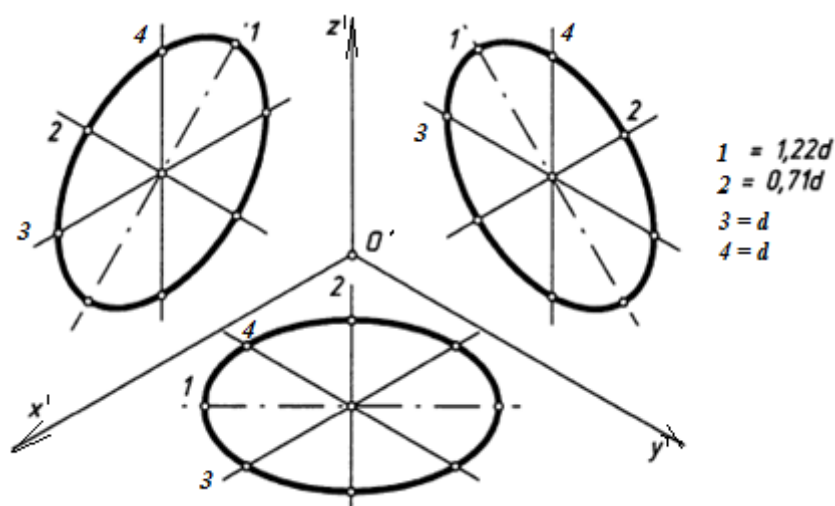


Рис. 10. Построение изометрии окружности

Таким образом, построение изометрии цилиндра сводится к изображению на аксонометрической плоскости проекций оснований цилиндра и очерковых образующих цилиндра, касательных к основаниям. Для построения нижнего основания цилиндра находят центр эллипса и строят точки (рис. 11): четыре из них лежат на большой и малой оси эллипса и четыре – на сопряженных диаметрах, параллельных координатным осям данной плоскости: получается восемь точек, по которым строится эллипс. Аналогично строится верхнее основание цилиндра на соответствующем расстоянии от

плоскости  $x'O'y'$ , после чего строятся очерковые образующие цилиндра касательно к двум эллипсам.

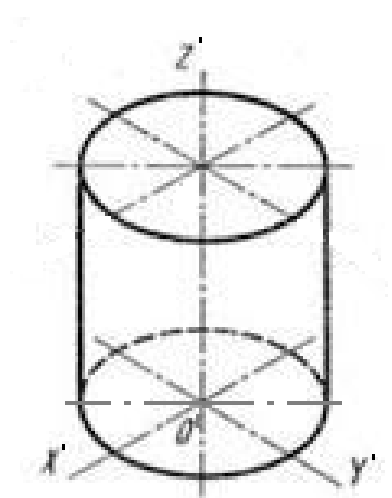


Рис. 11. Изометрия цилиндра

Для построения изометрии конуса необходимо построить изометрическую проекцию основания конуса (двух оснований – для усеченного конуса) и найти положение его вершины  $S'$  на аксонометрической плоскости проекций (рис. 12), после чего через вершину конуса провести касательные к эллипсу.

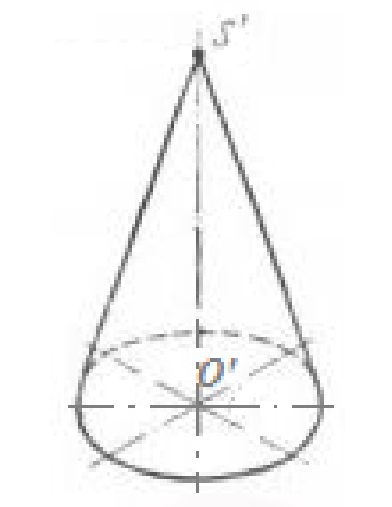


Рис. 12. Изометрия конуса

Пример построения касательной к эллипсу, проходящей через заданную точку  $S$ , представлен на рис. 13. Отрезок  $SO$  принимают за диаметр и делят его пополам, после чего проводят окружность радиуса  $SO_1=OO_1$  с центром в точке  $O_1$ , пересекающую малую окружность в точках  $C$  и  $D$ . Строим  $OD$  до пересечения с большой окружностью и  $O'D$  параллельно большой оси эллипса и на пересечении находим точку касания  $D'$ . Точку  $C'$  строим аналогично или симметрично  $D'$ .

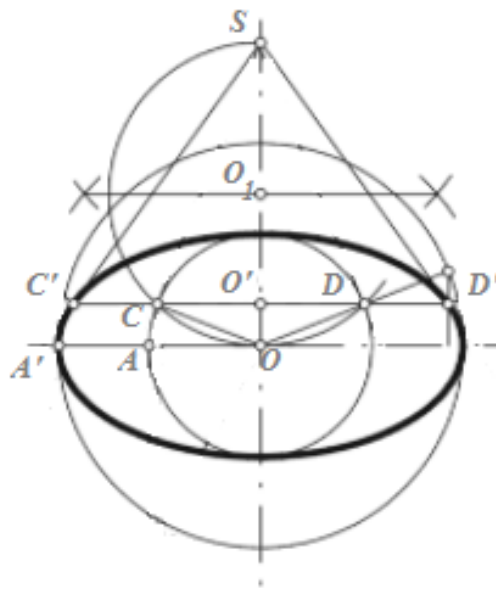


Рис. 13. Построение касательной к эллипсу

#### 4.2. Построение прямоугольных диметрических проекций поверхностей

Построение поверхностей в прямоугольной диметрии проводят аналогично построению, описанному для изометрии, с той лишь разницей, что координата точек, откладываемых вдоль оси с углом наклона  $41^\circ 25'$  (чаще всего  $y$ ), должна быть уменьшена в 2 раза относительно ее действительного значения.

На рис. 14 показаны диметрические проекции окружностей, параллельных координатным плоскостям. Как и в изометрической проекции, в прямоугольной диметрии направление малых осей эллипсов совпадает с направлением той координатной оси, которая перпендикулярна плоскости

окружности, большие оси – перпендикулярны малой оси. Сопряженные диаметры эллипсов параллельны осям тех плоскостей, в которых лежат эллипсы.

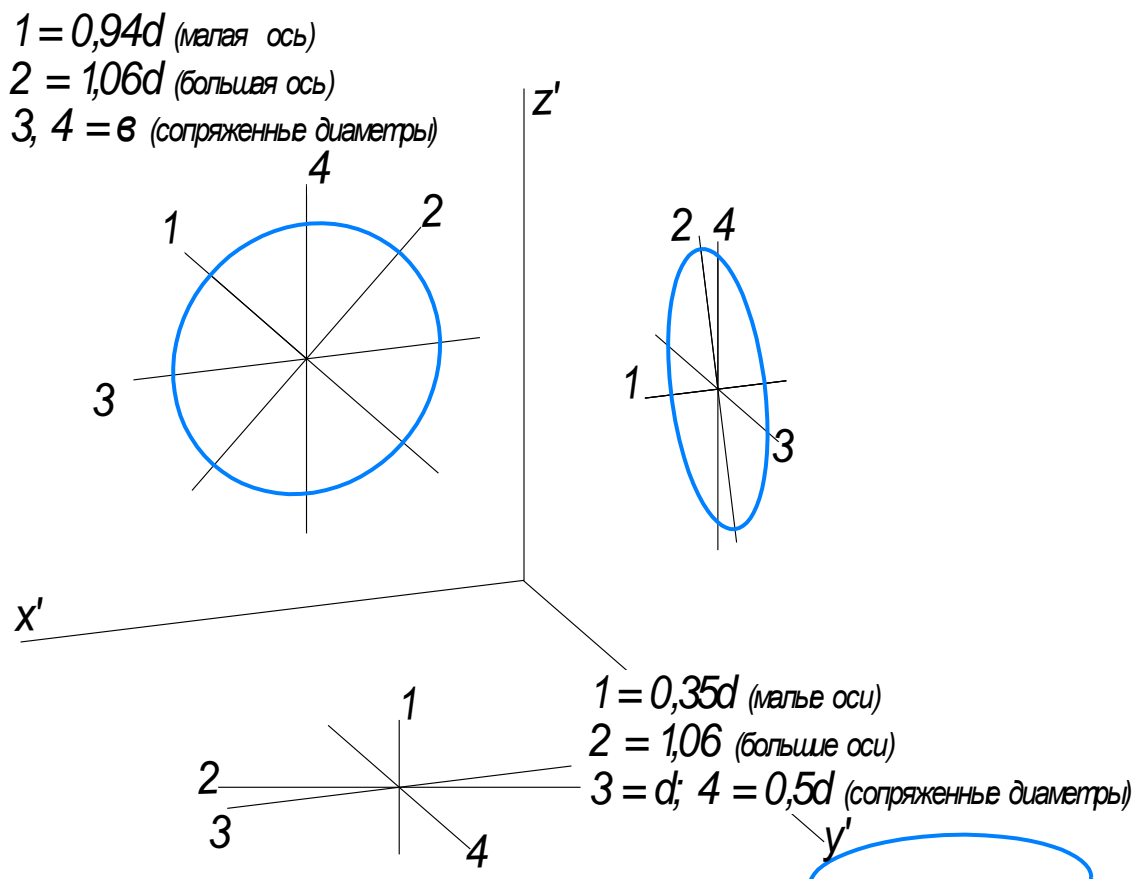


Рис. 14. Построение окружности в прямоугольной диметрии

**5. Нанесение линии пересечения на аксонометрическую проекцию поверхности.**

Линия пересечения строится по координатам выбранных на ней точек согласно принципу построения аксонометрических проекций точек, приведенному на рис. 3, 4. Для одной из точек, принадлежащих линии пересечения двух поверхностей, необходимо построить координатную ломаную линию, определяющую порядок построения аксонометрической проекции точки. Полученные точки соединяют плавной кривой.



## **6. Определение видимости линий поверхности и линии пересечения двух поверхностей.**

АксонOMETрическая проекция выбранной поверхности должна быть изображена с учетом видимости ее основных элементов (оснований цилиндра и конуса, ребер пирамиды и призмы), а также линии пересечения поверхностей, часть которой может быть закрыта видимой частью поверхности (рис. 15)

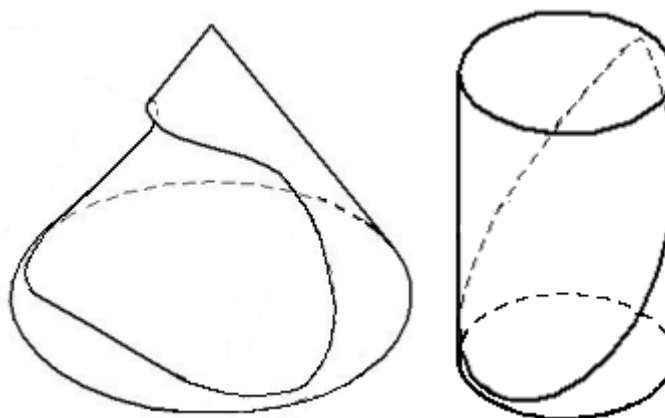


Рис. 15. Изометрия поверхностей с нанесенной линией пересечения

## **7. Оформление и обводка чертежа.**

Поскольку приведенные аксонометрические проекции увеличены относительно их действительных размеров, отметим это надписью над изображением «Изометрия 1,22:1» или «Диметрия 1,06:1» (в зависимости от вида аксонометрии), выполненную 7 наклонным шрифтом.

Обводка чертежа выполняется согласно общим рекомендациям: видимые линии чертежа – основной сплошной линией, невидимые – штриховой линией, линии построения – тонкой сплошной линией.